

금기판의 파장별 복소굴절률 데이터에 대한
세부평가기준

Guideline for detailed evaluation of spectroscopic refractive index of gold
substrate

국 가 참 조 표 준 센 터

National Center for Standard Reference Data



금기관의 파장별 복소굴절률
참조표준 세부평가절차 및 기준


문서번호	
제정번호	
제정일자	2013.6
쪽	1 / 8

목 차

1 적용 범위	-----	2 / 7
2 인용 자료	-----	2 / 7
3 용어 정의	-----	2 / 7
4 평가 기준	-----	3 / 7

제·개정 이력부				
관련조항	개정번호	제정일자	제·개정 내용	
	0	2013. 6.	- 금기관의 파장별 복소굴절률 참조표준 제정을 위한 세부평가 절차 및 기준 제정	
결재	구분	작성	검토	승인
	직책			
	성명			
	서명			
	일자			

자체 기술위원				
이름	소속	직책	일자	확인
김대석	전북대학교 기계시스템공학부	교수		
이상길	에이옵틱스(주)	연구실장		
조현모	한국표준과학연구원 나노이미징 기술센터	책임연구원		
조용재	한국표준과학연구원 나노이미징 기술센터	책임연구원		
제갈원	한국표준과학연구원 나노이미징 기술센터	선임연구원		

	금기관의 파장별 복소굴절률 참조표준 세부평가절차 및 기준	문서번호	
		제정번호	
		제정일자	2013. 6.
		쪽	2 / 7

1. 적용범위

본 세부평가기준서는 금기관의 파장별 복소굴절률 데이터 평가를 위한 기준서로 활용한다.

2. 인용자료

- 2.1 “측정불확도 표현지침”, 한국표준과학연구원, KRISS-98-096-SP, KRISS/SP-2010-105
- 2.2 “ISO Guide 35 표준물질의 인증-일반적, 통계적 원칙”

3. 용어의 정의


- 3.1 수집 데이터 : 논문, 보고서, 학술논문, 공신력이 있는 국내·외 데이터베이스 등을 통해 얻은 데이터로서 숫자, 그래프, 모델 등의 형태로 제공되는 데이터
- 3.2 참조데이터 (Reference Data) : 참조표준으로 등록되기 전의 수치데이터 또는 과학기술적 통계
- 3.3 생산 데이터 : 관련 장치와 장비를 활용하여 직접 실험에 의해 얻어진 데이터
- 3.3 참조표준 (Standard reference) : 측정데이터 및 정보의 정확도와 신뢰도를 과학적으로 분석·평가하여 공인된 자료로서 물리화학적 상수, 공인된 물성값, 공인된 과학기술적 통계
- 3.4 타원계측 각(ellipsometric angle) ψ, Δ : 타원계측기를 이용하여 측정된 타원계측 각 ψ, Δ 는 시료에 의해 반사된 p파와 s파의 반사계수의 비로 정의되는 복소반사계수비 $\rho(= r_p/r_s)$ 로부터 아래와 같이 정의된다.

$$\psi = \tan^{-1}(|r_p|/|r_s|)$$

$$\Delta = \delta_p - \delta_s$$

여기서 $r_p [= |r_p| \exp(i\delta_p)]$ 와 $r_s [= |r_s| \exp(i\delta_s)]$ 는 각각 p파와 s파의 Fresnel 반사계수이고, ψ 는 $\sim 0^\circ \sim 90^\circ$, Δ 는 $0^\circ \sim 360^\circ$ 의 범위를 갖는 실수 각으로서 $\tan\psi$ 는 반사에 따른 s파에 대한 p파의 반사계수의 진폭비를 의미하고, Δ 는 s파와 p파의 위상변화의 차이를 의미한다.

- 3.5 복소굴절률(complex refractive index) N : 복소굴절률이 N_0, N 인 두 등방성 매질의 경계면에서 복소굴절률 N_0 인 매질에서 입사각을 θ 로 복소굴절률 N 인 매질로 빛이 입사할 때 복소굴절률 N 은

	금기판의 파장별 복소굴절률 참조표준 세부평가절차 및 기준	문서번호	
		제정번호	
		제정일자	2013. 6.
		쪽	3 / 7

$$N = n - ik = N_0 \tan \theta \sqrt{1 - \sin^2 \theta \frac{4\rho}{(1+\rho)^2}}$$

$$\rho = \tan \psi e^{i\Delta}$$

이다. 따라서 덩이물질의 경우 측정된 복소반사계수비(ρ)로부터 복소굴절률($n - ik$)을 직접 계산해 얻을 수 있다.

3.6 금기판은 99.99% 이상의 고순도 금을 사용하여 제작된 것이며 측정에 사용된 빛이 금기판을 투과할 수 없도록 파장별 빛의 투과 깊이 보다 최소한 5배 이상 두껍게 만들어진 것으로 정의한다. 금기판은 제작공정 조건에 따라서 복소 굴절률 및 표면특성 등과 같은 물성이 다를 수 있으므로 금기판의 제작과 시료세척에 사용된 방법 및 세부 조건이 명시되어야 한다.

4. 평가기준

데이터를 세부적으로 평가하여 참조표준(안)으로 등급을 부여하기 위한 평가 절차와 기준은 다음 4.2 금기판의 파장별 복소굴절률 데이터 평가절차, 4.3 금기판의 파장별 복소굴절률 데이터 세부평가기준에 따라 평가한다.

4.1 등급부여 기준

모든 데이터는 각각의 평가 단계를 거쳐 다음과 같은 등급(안)이 부여된다.

- (1) 참조데이터 : 유효데이터 수준에 미치지 못하는 데이터
- (2) 유효데이터 : 불확도 평가의 적절성까지 만족한 데이터
- (3) 검증데이터 : 예측 가능성까지 만족한 데이터
- (4) 인증데이터 : 모든 평가단계를 통과하고 전문가에 의해 인증된 데이터

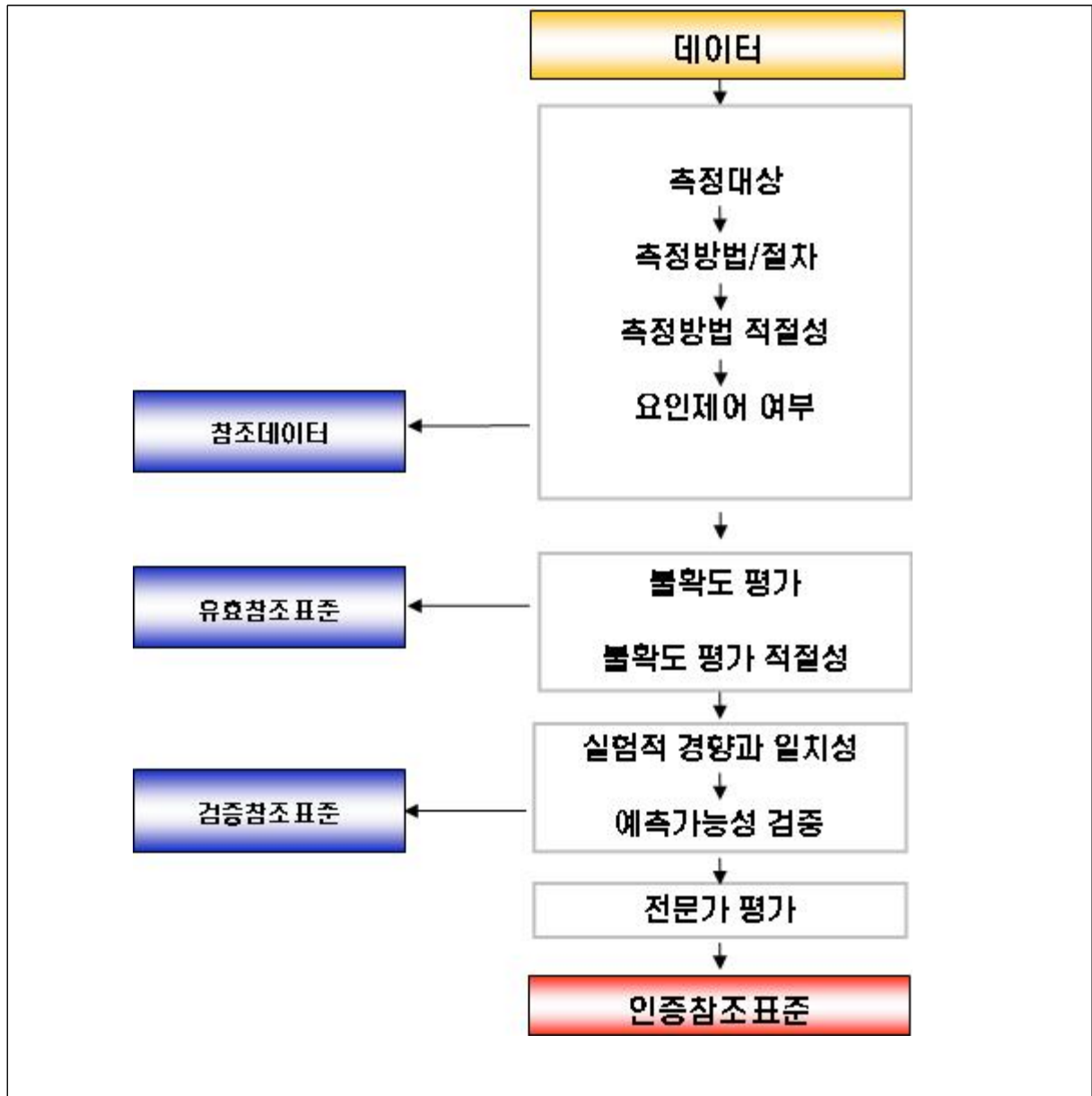
※ 참조표준이라 함은 유효/검증/인증 참조표준으로 등록된 것이며, 상기 유효/검증/인증참조표준(안)은 본 평가기준서의 내용으로 자체 평가하여 참조표준으로 등록되기 전 심의를 요청한 데이터를 말함

4.2 금기판의 파장별 복소굴절률 평가절차


수집된 데이터는 <그림 1>과 같은 평가절차를 거쳐 유효/검증/인증 참조표준(안)으로 분류한다.

4.3 금기관의 파장별 복소굴절을 세부평가기준안

수집된 데이터는 <표 1>과 같은 세부평가기준에 따른 평가를 거쳐 유효/검증/인증 참조표준(안)으로 등급을 부여한다.



<그림 1> 데이터 평가절차

 국가심조표준센터	금기판의 파장별 복소굴절을 참조표준 세부평가절차 및 기준	문서번호	
		제정번호	
		제정일자	2013. 6.
		쪽	5 / 7

〈표 1〉 금기판의 파장별 복소굴절을 평가기준

금기판의 파장별 복소굴절을 데이터 평가기준 (제1항 ~ 제10항)	
1. 측정하고자 하는 양이 명확하게 명시되어 있는지 여부	
측정량 명시	복소굴절률의 정의와 이의 설명이 상세히 기술되었는지 평가
측정량 관련 추가 정보	금기판의 파장별 복소굴절률 데이터는 시편의 제작 공정과 표면 세척 조건에 민감하게 변화하므로 이에 대한 상세한 정보가 함께 제공되었는지 평가
2. 측정방법과 절차 및 이론계산에 대한 설명 내용 명시 여부	
측정 장비의 작동 원리	복소굴절률 측정에 사용된 장비의 작동 원리가 상세히 명시되어 있는지 평가 예) 위상지연자가 장착된 검광자 회전형 타원계측기 작동 원리의 설명과 이와 관련된 이론식이 상세히 기술 되어 있는가?
측정 세부 절차	제 3자가 측정을 재현할 수 있을 정도의 측정 세부 절차가 확립되었는지 평가 예) 관련 시험 절차 확립 여부
복소 굴절률 계산 방법	예) 측정된 타원계측각 스펙트럼으로부터 각 파장별 복소 굴절률 계산 방법이 상세히 기술 되어 있는가?
불확도 평가 절차	예) 공인된 불확도 표현 지침에 근거하여 각 요인별 불확도를 평가하였는지 확인
3. 측정방법의 적절성 및 그 근거의 명기 여부	
교정 및 시험에 대한 자격 요건	예) ISO 17025 에 따른 교정 및 시험에 대한 자격 요건 구비
품질 시스템 구축	예) ISO 9001 에 따른 품질 시스템 구축
측정자의 숙련도	예) 관련 분야 10년 이상의 전문가에 의한 측정
시편의 세척	측정하기 전, 금기판을 세척하는 방법을 상세히 기술하였는지 평가 예) - 플라즈마 클리너를 이용하여 1분간 금기판 표면 세척 - UV 오존 클리너를 이용하여 5분간 금기판 표면 세척 - Chemical wet cleaning 방법을 이용하여 금기판 표면 세척



**금기판의 파장별 복소굴절률
참조표준 세부평가절차 및 기준**

문서번호	
제정번호	
제정일자	2013. 6.
쪽	6 / 7

4. 측정결과에 영향을 주는 요인의 제어 여부


측정환경	<p>측정시간 동안 실험실이 항온유지가 되었으며 측정환경은 청결한가를 평가</p> <p>예) 측정실험실의 온도는 23 °C ± 2 °C로 유지 하였으며, 공기 중의 부유 물질들에 의한 오염방지를 위해 청결한 환경을 class 1000 으로 유지 하였음</p>
시편의 제작	<p>금기판의 제작에 사용된 방법 및 세부 조건 명시 확인</p> <p>예)</p> <ul style="list-style-type: none"> - 공정시료: 99.99% 이상의 고순도 금 - 제작공정 : E-beam evaporation - 금박막 두께 : penetration depth(투과 감쇄율 1/e)의 5배 이상 - 이온 assist 사용 여부: 아르곤 이온 사용 - 증착률 : 5 nm/min - adhesion layer : 약 2 nm 이하의 크롬 박막 - 시편의 표면거칠기: AFM을 사용한 rms 측정값 명시
시편에 사용된 기저층	<p>금기판을 제작하기 위하여 기저층을 사용한 경우 기저층의 종류를 명시 하였는지 확인</p> <p>예)</p> <ul style="list-style-type: none"> - 4인치 (100)과 (111) 단결정 실리콘 웨이퍼를 금기판 제작을 위한 기저층으로 사용 - 10 mm x 10 mm x 5 mm 크기의 BK7 재질의 광학유리를 금기판 제작을 위한 기저층으로 사용
시편의 세척	<p>측정하기 전, 금기판을 세척하는 방법을 상세히 기술하였는지 평가</p> <p>예)</p> <ul style="list-style-type: none"> - 플라즈마 클리너를 이용하여 1분간 금기판 표면 세척 - UV 오존 클리너를 이용하여 5분간 금기판 표면 세척 - Chemical wet cleaning 방법을 이용하여 금기판 표면 세척

5. 측정방법의 불확도 평가 및 측정소급성 확보 여부

측정 장비의 정기적 교정	<p>예) 타원계측기 교정용 박막두께 인증표준물질을 사용하여 측정 장비를 정기적으로 교정하였는지를 평가</p>
공인된 측정 불확도 표현 지침 준수	<p>예) 한국표준과학연구원에서 발행된 측정불확도 표현 지침 (KRISS/SP-2010-105)과 ISO/IEC GUIDE 98:3: 2008 (Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement) 에 기준으로 측정 불확도를 평가했는지 여부</p>

6. 측정결과에 대한 불확도 추정에 대한 적정성 여부

평가의 적절성	<p>GUM*에 따라 평가 되었는지의 여부 (*ISO Guide to the expression of Uncertainty in Measurement)</p>
---------	--

 금기판의 파장별 복소굴절률 참조표준 세부평가절차 및 기준	문서번호	
	제정번호	
	제정일자	2013. 6.
	쪽	7 / 7

7. 측정의 상세절차와 측정의 재현조건 명시 여부	
측정의 상세 절차	제 3자에 의해 재현이 가능하도록 측정방법과 절차가 상세히 명시되었는지 평가 예) 타원계측기의 입사각, 파장영역 (145 nm ~ 1700 nm, 10 nm 간격), 고순도 질소가스를 이용한 측정 분위기 조성, 측정반복 횟수, 편광자의 방위각 등을 상세히 명시하였는가?
장단기 측정결과	예) 단기측정은 시편 정렬 후 20회 반복 측정 하였으며, 장기측정은 3회의 측정날짜를 달리하여 장비 상태를 초기화 한 이후 20회 반복측정 하여, 장단기 측정 불확도를 평가 하고 이를 명시하였는지 평가
8. 다른 경로에 의해 얻어진 결과와 측정결과의 일관성 여부	
타기관 측정결과와 일치 여부	예) 측정 장비의 재현성 확인을 위해 공인된 타기관과의 비교 측정 수행 이력이 있는지를 평가
9. 연관식과 모델링을 통한 데이터의 예측가능성 검증	
해당사항 없음	
10. 2인 이상 관련분야 제3자의 종합검토를 받았는지 여부	
종합검토의 대상	예측가능성 단계까지 통과한 검증데이터는 관련분야 2인 이상의 제3자의 검증을 받아 인증참조표준(안)으로 등급을 부여한다.
종합검토의 절차	제1항에서 제8항까지 재적용하여 다시 검토한다. 종합검토 결과는 문서화 하여야 한다.
▶ 기타	
- 기술위원회는 “참조표준 제정 및 보급에 관한 운영 요령 제 7조 제 2항 제 4호” 규정에 따라 참조데이터를 평가할 때에는 데이터의 속성을 충분히 고려하여야 한다.	

<첨부 A.>

금기관의 파장별 복소굴절률 불확도 평가절차

1. 불확도 분석

본 불확도 계산은 한국표준과학연구원에서 발행된 측정불확도 표현 지침 (KRISS/SP-2010-105)과 ISO/IEC GUIDE 98-3: 2008(Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement)에 따라 계산한다.

1.1 측정의 수학적 모델 설정

타원계측은 시편에 대한 편광상태의 상대적 변화를 측정하고 시편에 대한 광학적 모델을 사용하여 시편에 대한 타원계측 측정값을 분석함으로써 나노박막의 두께와 굴절률 뿐 만 아니라 나노형상, 표면 거칠기, 결정성, 에너지 갭, 광 흡수율, 조성비, 온도 등과 같은 시료의 광학적 물성에 대한 정보를 비파괴적이며 실시간에 얻을 수 있는 대표적 나노측정기술들 중 하나이다.

시료 표면에 대해 수직인 축을 기준축으로 정하고 편광상태를 알고 있는 빛이 기준축에 대해서 내각이 ϕ 인 입사각으로 입사하였을 때 상대적 편광상태의 변화율, 즉 s 편광파에 대한 p 편광파의 반사계수의 비율로 다음과 같이 정의된 복소반사계수비 ρ 를 측정한다.

$$\rho \equiv \frac{r_p}{r_s}. \quad (1)$$

시편의 광물성은 일반적으로 복소 굴절률($N = n - ik$)로 표현되기 때문에 식(1)의 복소반사계수비는 반사계수의 절대 비율값 $\tan\Psi(\equiv |r_p|/|r_s|)$ 와 위상 변화량의 차이 $\Delta[\equiv \text{Arg}(r_p) - \text{Arg}(r_s)]$ 로 정의된 타원계측 각 Ψ 와 Δ 로 표현된다.

$$\rho = \rho_r + i\rho_i = \tan(\psi) \exp(i\Delta). \quad (2)$$

수 많은 타원계측기들 중에서 현재 정밀측정장치로 널리 사용되고 있는 검광자(analyzer) 회전형 분광 타원계측기의 광학적 구조는 백색 광원, 선형 편광자가 동공축 스테핑 모터에 장착된 편광자(polarizer), 시료, 자동 위상 지연자(auto retarder), 선형 편광자가 등속으로 회전하는 동공축 모터에 장착된 검광자, 빛의 각 파장 영역들에 대해서 광세기 I 를 실시간에 측정하는 분광기(spectrometer)로 구성되어 있다. 기준 축과 입사광 및 반사광의 경로를 내포하는 평면으로 정의되는 입사면에 대한 편광자와 검광자의 투과 축의 방위각이 각각 P 와 A 이고 자동 위상 지연자의 기준 축을 입사면에 일치되게 하였을 때에 분광기에 의해 측정되는 빛의 세기는 다음과 같이 이론식으로 표현된다.

$$I_{th}(A) \propto I_0 [1 + \alpha \cos(2A) + \beta \sin(2A)], \quad (3)$$

$$\alpha = \frac{\cos(2P) - \cos(2\Psi)}{1 - \cos(2P)\cos(2\Psi)}, \quad (4)$$

$$\beta = \frac{\sin(2P)\sin(2\Psi)\cos(\Delta + Q)}{1 - \cos(2P)\cos(2\Psi)}. \quad (5)$$

식(4)와 식(5)에서 $\alpha \cos(2P) < 1$ 인 경우에 타원계측 각에 대해서 재정리하면 다음과 같다.

$$\Psi = \frac{1}{2} \cos^{-1} \left[\frac{\alpha - \cos(2P)}{\alpha \cos(2P) - 1} \right], \quad (6)$$

$$\Delta = \cos^{-1} \left\{ \frac{\beta \sin(2P)}{\sqrt{(1 - \alpha^2) \sin^2(2P)}} \right\} - Q. \quad (7)$$

따라서 편광자의 방위각 P 와 위상 지연각 Q 의 값이 설정되고 임의의 덩어리 시편(bulk sample)에 대해서 식(3)에서의 정규화된 푸리에 계수들 (α, β) 를 측정하여 얻는다면 식(6)과 식(7)에 의해 시편에 대한 타원계측 각들이 계산되어지고 이를 이용하여 식(2)의 복소반사계수비로부터 다음과 같이 덩어리 시편의 복소 굴절률이 얻어지게 된다.

$$N = \tan \phi \sqrt{1 - \sin^2 \phi \frac{4\rho}{(1 + \rho)^2}}. \quad (8)$$

타원계측에서는 측정할 임의의 시편이 정해지면 시편의 특성들 중에서 박막두께, 표면 거칠기, 계면층 등과 같은 구조적 물성과 굴절률과 소광계수 또는 복소유전함수의 광물성들로 기술되는 적절한 광학적 모델을 설정할 수 있고, 이 모델로부터 편광학적 특성을 나타내는 타원계측 각 Ψ 와 Δ 또는 복소함수인 복소반사계수비 ρ 가 구조적 물성과 광물성의 함수로 정해지게 된다. 검광자 회전형 타원계측기를 사용한 측정에서는 먼저, 편광자의 방위각 P 와 위상 지연각 Q 등을 결정하기 위한 장비교정이 선행되어야 하고 선택된 빛의 파장 λ 와 입사각 ϕ 에 대해서 푸리에 계수 α 와 β 가 얻어지면 이들로부터 식(6)과 식(7)을 사용하여 타원계측각 또는 복소반사계수비의 실험값이 계산되며 최종적으로 덩어리 시편들에 대해서는 식(8)을 사용해서 시편의 복소굴절률을 분석과정 없이 바로 계산이 가능하다.

1.2 푸리에 계수(α, β)의 합성분산

자동 위상 지연자가 구비된 검광자 회전형 타원계측기의 선형 광검출기의 각 화소로 입사되는 광세기 I_{ex} 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$I_{ex}(t) \propto I_0 [1 + \alpha^{ex} \cos(2\omega t) + \beta^{ex} \sin(2\omega t)]. \quad (9)$$

검광자를 일정한 각속도 ω 로 회전시켰을 때에 등간격의 검광자 방위각들에 대해서 광세기 또는 노광량의 값들이 분광기에 장착된 광검출기의 각 화소에 의해 측정되면 측정된 광세기들에 대한 이산 푸리에 변화, 또는 측정된 노광량들에 대한 연산법, 또는 측정된 노광량들에 대한 이산 푸리에 변화를 사용하여 푸리에 계수들이 측정된다. 푸리에 계수들에 대해서 M 번 반복 측정된 관측값들($\alpha_j^{ex}, \beta_j^{ex}; j = 1, 2, 3, \dots, M$)은 영향력의 우연변동, 즉 우연효과 때문에 각기 다른 값을 가지므로 산술평균 $\overline{\alpha^{ex}}$ 와 $\overline{\beta^{ex}}$, 실험 표준편차 $s(\alpha_j^{ex})$ 와 $s(\beta_j^{ex})$, 그리고 평균의 분산에 대한 최량추정값 $s(\overline{\alpha^{ex}})$ 와 $s(\overline{\beta^{ex}})$ 는 각각 다음 식으로 주어진다.

$$\overline{\alpha^{ex}} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \alpha_j^{ex}, \quad (10)$$

$$\overline{\beta^{ex}} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \beta_j^{ex}, \quad (11)$$

$$s^2(\alpha_j^{ex}) = \frac{1}{M-1} \sum_{j=1}^M (\alpha_j^{ex} - \overline{\alpha^{ex}})^2, \quad (12)$$

$$s^2(\beta_j^{ex}) = \frac{1}{M-1} \sum_{j=1}^M (\beta_j^{ex} - \overline{\beta^{ex}})^2, \quad (13)$$

$$s^2(\overline{\alpha^{ex}}) = \frac{s^2(\alpha_j^{ex})}{M}, \quad (14)$$

$$s^2(\overline{\beta^{ex}}) = \frac{s^2(\beta_j^{ex})}{M}. \quad (15)$$

추정값인 α 와 β 의 측정불확도를 계산하는데 있어서 입력량 $\overline{\alpha^{ex}}$ 와 $\overline{\beta^{ex}}$ 는 동시 관측값으로부터 얻어지므로 서로 상관관계가 있기 때문에 추정상관계수 $r(\alpha^{ex}, \beta^{ex})$ 는 다음과 같은 방법으로 얻어진다.

$$r(\alpha^{ex}, \beta^{ex}) = \frac{u(\alpha^{ex}, \beta^{ex})}{u(\alpha^{ex})u(\beta^{ex})}. \quad (16)$$

여기서 $u(\alpha^{ex}, \beta^{ex})$ 는 $\overline{\alpha^{ex}}$ 와 $\overline{\beta^{ex}}$ 의 추정공분산이고, $u(\alpha^{ex})$ 와 $u(\beta^{ex})$ 는 $\overline{\alpha^{ex}}$ 와 $\overline{\beta^{ex}}$ 의 표준 불확도로서 다음과 같이 각각 주어진다.

$$u(\alpha^{ex}, \beta^{ex}) = s(\overline{\alpha^{ex}}, \overline{\beta^{ex}}) = \frac{1}{M(M-1)} \sum_{j=1}^M (\alpha_j^{ex} - \overline{\alpha^{ex}})(\beta_j^{ex} - \overline{\beta^{ex}}), \quad (17)$$

$$u(\alpha^{ex}) = s(\overline{\alpha^{ex}}) = \frac{1}{\sqrt{M(M-1)}} \sqrt{\sum_{j=1}^M (\alpha_j^{ex} - \overline{\alpha^{ex}})^2}, \quad (18)$$

$$u(\beta^{ex}) = s(\overline{\beta^{ex}}) = \frac{1}{\sqrt{M(M-1)}} \sqrt{\sum_{j=1}^M (\beta_j^{ex} - \overline{\beta^{ex}})^2}. \quad (19)$$

식(3)에서 A 는 입사면에 대한 검광자 투과축의 방위각이고, 식(9)에서 방위각 ωt 은 검광자에 부착된 동공축 모터의 광학식 엔코더로부터 주어지는 방위각 값이므로 검광자의 방위각이 엔코더의 기준점들($\omega t = 2m\pi; m = 0, 1, 2, \dots$)에 도달하였을 때에 검광자 투과축과 입사면의 위치는 일반적으로 일치하지 않는다. 이 경우에 입사면에 대한 검광자 투과축의 위치를 $-A_s$ 로 가정한다면 임의의 시각 t 일 때에 입사면에 대한 검광자 투과축의 방위각은 $\omega t - A_s$ 이 된다. 따라서 검광자의 방위각 ωt 가 A_s 의 값을 가질 때 검광자의 투과축이 입사면에 위치하게 된다. 여기서 A_s 의 값은 장비교정을 통하여 찾아낼 수 있다. 그러므로 $A = \omega t - A_s$ 의 관계식이 성립되어 식(3)과 식(9) 간의 등가관계로부터 다음의 식들이 주어지게 된다.

$$\alpha_j = \alpha_j^{ex} \cos(2A_s) + \beta_j^{ex} \sin(2A_s), \quad (20)$$

$$\beta_j = -\alpha_j^{ex} \sin(2A_s) + \beta_j^{ex} \cos(2A_s). \quad (21)$$

푸리에 계수 α 와 β 를 측정하기 위해서 먼저 입사각 ϕ 와 빛의 파장 λ 가 선택되어야 하므로 α 와 β 는 $\alpha^{ex}, \beta^{ex}, A_s, \phi$ 그리고 λ 와 같은 입력량들의 함수로 표현된다.

$$\alpha_j = \alpha_j(\alpha^{ex}, \beta^{ex}, A_s, \phi, \lambda), \quad (22)$$

$$\beta_j = \beta_j(\alpha^{ex}, \beta^{ex}, A_s, \phi, \lambda). \quad (23)$$

식(3)~식(5)의 푸리에 계수들에 대한 산술평균 $\overline{\alpha}$ 와 $\overline{\beta}$ 는 각각 다음 식으로 주어진다.

$$\overline{\alpha} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \alpha_j = \overline{\alpha^{ex}} \cos(2A_s) + \overline{\beta^{ex}} \sin(2A_s), \quad (24)$$

$$\overline{\beta} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \beta_j = -\overline{\alpha^{ex}} \sin(2A_s) + \overline{\beta^{ex}} \cos(2A_s). \quad (25)$$

입력량 $\overline{\alpha^{ex}}$ 와 $\overline{\beta^{ex}}$ 의 사이에는 상관관계가 존재하지만 A_s, ϕ 그리고 λ 는 각각 독립적인 입력량들이기 때문에 푸리에 계수의 산술평균 $\overline{\alpha}$ 와 $\overline{\beta}$ 에 대한 합성분산 $u_c(\alpha)$ 와 $u_c(\beta)$ 의 적절한 표현은 다음과 같이 주어진다.

$$u_c^2(\alpha) = c_{\alpha, \alpha^{ex}}^2 u^2(\alpha^{ex}) + c_{\alpha, \beta^{ex}}^2 u^2(\beta^{ex}) + 2c_{\alpha, \alpha^{ex}} c_{\alpha, \beta^{ex}} u(\alpha^{ex}) u(\beta^{ex}) r(\alpha^{ex}, \beta^{ex}) \quad (26)$$

$$+ c_{\alpha, A_s}^2 u^2(A_s) + c_{\alpha, \phi}^2 u^2(\phi) + c_{\alpha, \lambda}^2 u^2(\lambda)$$

$$u_c^2(\beta) = c_{\beta, \alpha^{ex}}^2 u^2(\alpha^{ex}) + c_{\beta, \beta^{ex}}^2 u^2(\beta^{ex}) + 2c_{\beta, \alpha^{ex}} c_{\beta, \beta^{ex}} u(\alpha^{ex}) u(\beta^{ex}) r(\alpha^{ex}, \beta^{ex}) \quad (27)$$

$$+ c_{\beta, A_s}^2 u^2(A_s) + c_{\beta, \phi}^2 u^2(\phi) + c_{\beta, \lambda}^2 u^2(\lambda)$$

여기서 $u(A_s)$, $u(\phi)$ 및 $u(\lambda)$ 는 각각 A_s , ϕ 및 λ 에 대한 표준불확도로써 제작사의 규격에 의해 정해진 값들을 사용하였으며 임의의 입력량 x 에 대한 감도계수들은 다음과 같이 정의된다.

$$c_{\alpha, x} = \frac{\partial \bar{\alpha}}{\partial x} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \frac{\partial \alpha_j}{\partial x}, \quad (28)$$

$$c_{\beta, x} = \frac{\partial \bar{\beta}}{\partial x} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \frac{\partial \beta_j}{\partial x}. \quad (29)$$

입력량 $\bar{\alpha}^{ex}$, $\bar{\beta}^{ex}$ 및 A_s 에 대한 감도계수들은 식(18) 및 식(19)를 활용하여 계산하면 다음과 같이 주어진다.

$$c_{\alpha, \alpha^{ex}} = \cos(2A_s), \quad (30)$$

$$c_{\alpha, \beta^{ex}} = \sin(2A_s), \quad (31)$$

$$c_{\alpha, A_s} = 2\bar{\beta}^{ex} \cos(2A_s) - 2\bar{\alpha}^{ex} \sin(2A_s), \quad (32)$$

$$c_{\beta, \alpha^{ex}} = -\sin(2A_s), \quad (33)$$

$$c_{\beta, \beta^{ex}} = \cos(2A_s), \quad (34)$$

$$c_{\beta, A_s} = -2 \left[\bar{\alpha}^{ex} \cos(2A_s) + \bar{\beta}^{ex} \sin(2A_s) \right]. \quad (35)$$

식(26)과 식(27)에서 입사각 ϕ 와 빛의 파장 λ 에 대한 감도계수 $c_{\alpha, \phi}$, $c_{\beta, \phi}$, $c_{\alpha, \lambda}$ 와 $c_{\beta, \lambda}$ 는 시편에 대한 실험에 의해 각각 얻어질 수 있다.

금 기관의 푸리에 계수의 합성표준불확도를 계산하기 위해 피측정 금 기관의 푸리에 계수의 측정값의 불확도, 검광자, 입사각, 측정파장에 대한 표준불확도를 계산한다.

1.2.1 피측정 금 기관의 푸리에 계수의 불확도

표1. 피측정 금 기관의 푸리에 계수의 측정값 ($\lambda=633 \text{ nm}$, $\phi=65^\circ$, $P=30^\circ$)

군 번호 j	측정량의 개별값	
	α_j^{ex}	β_j^{ex}
1	0.237209	0.407620
2	0.237369	0.406512
3	0.234904	0.407998
4	0.234079	0.408561
5	0.234069	0.408270
6	0.235430	0.409149
7	0.235751	0.408537
8	0.235188	0.408121
9	0.235369	0.408272
10	0.235641	0.407953
11	0.236007	0.407622
12	0.236117	0.408124
산술평균	$\overline{\alpha^{ex}}=0.235594 \ 4$	$\overline{\beta^{ex}}=0.408061 \ 5$
실험표준편차	$s(\alpha_j^{ex})=0.003552 \ 9$	$s(\beta_j^{ex})=0.002229 \ 4$
평균 분산의 최량추정값	$u(\overline{\alpha^{ex}})=0.000296 \ 1$	$u(\overline{\beta^{ex}})=0.000185 \ 8$
상관계수, $r(\alpha^{ex}, \beta^{ex})$	-0.664013 7	

피측정 금 기관의 푸리에 계수의 불확도 $u(\overline{\alpha^{ex}})$, $u(\overline{\beta^{ex}})$ 와 상관계수 $r(\alpha^{ex}, \beta^{ex})$ 의 계산결과는 표1과 같고 자유도는 ν_α , ν_β 는 $\nu_\alpha = \nu_\beta = n - 1 = 11$ 이다.

1.2.2 검광자의 각도오차로부터 산출되는 표준불확도 $u(A_s)$

제작사의 장비 사양으로부터 $u(A_s) = 1.75 \times 10^{-4}^\circ$ ($k=1$)이며

검광자 각도오차의 표준불확도는

$$u(A_s) = 1.75 \times 10^{-4} / k = 1.75 \times 10^{-4}$$

이고 자유도 ν_{A_s} 는 ∞ 이다

1.2.3 입사각의 표준불확도 $u(\phi)$

제작사의 장비 사양으로부터 $u(\phi) = 1.75 \times 10^{-4}$ ($k=1$)이며

입사각의 표준불확도는

$$u(\phi) = 1.75 \times 10^{-4} / k = 1.75 \times 10^{-4}$$

이고 자유도 ν_ϕ 는 ∞ 이다.

1.2.4 측정파장의 오차로부터 산출되는 표준불확도 $u(\lambda)$

제작사의 장비 사양으로부터 $u(\lambda) = 3 \text{ nm}$ ($k=1$)이며

측정파장의 표준불확도는

$$u(\lambda) = 3 \text{ nm} / k = 3 \text{ nm}$$

이고 자유도 ν_λ 는 ∞ 이다

1.2.5 푸리에 계수의 합성표준불확도

푸리에 계수의 합성표준불확도를 구하기 위해 피측정 금 기관의 푸리에 계수의 측정값, 검광자, 입사각, 측정파장의 표준불확도와 감도계수들을 이용하여 계산한다. 계산된 피측정 금 기관의 푸리에 계수 α, β 의 합성표준불확도는 표2, 표3과 같다.

표2. 피측정 금기관의 푸리에 계수 α 의 합성표준불확도

($\lambda=633 \text{ nm}$, $\phi=65^\circ$, $P=30^\circ$)

추정량	입력량	감도계수		입력량의 추정분산		표준불확도 기여량	
α	α^{ex}	$c_{\alpha, \alpha^{ex}}$	0.500	$u(\alpha^{ex})$	2.96×10^{-4}	$[c_{\alpha, \alpha^{ex}} u(\alpha^{ex})]^2$	2.19×10^{-8}
	β^{ex}	$c_{\alpha, \beta^{ex}}$	0.866	$u(\beta^{ex})$	1.86×10^{-4}	$[c_{\alpha, \beta^{ex}} u(\beta^{ex})]^2$	2.59×10^{-8}
	$2c_{\alpha, \alpha^{ex}} c_{\alpha, \beta^{ex}}$		0.866	$u(\alpha^{ex}, \beta^{ex})$	-3.65×10^{-8}	$2c_{\alpha, \alpha^{ex}} c_{\alpha, \beta^{ex}} \times u(\alpha^{ex}, \beta^{ex})$	-3.16×10^{-8}
	A_s	c_{α, A_s}	6.36×10^{-8}	$u(A_s)$	1.75×10^{-4}	$[c_{\alpha, A_s} u(A_s)]^2$	1.23×10^{-22}
	ϕ	$c_{\alpha, \phi}$	-0.0456	$u(\phi)$	1.75×10^{-4}	$[c_{\alpha, \phi} u(\phi)]^2$	6.33×10^{-11}
	λ	$c_{\alpha, \lambda}$	2.69×10^{-4}	$u(\lambda)$	3	$[c_{\alpha, \lambda} u(\lambda)]^2$	6.53×10^{-7}
산술평균, $\bar{\alpha}$		0.471188 8		합성표준불확도, $u_c(\alpha)$		0.000818 2	

표3. 피측정 금기판의 푸리에 계수 β 의 합성표준불확도

($\lambda=633 \text{ nm}$, $\phi=65^\circ$, $P=30^\circ$)

추정량	입력량	감도계수		입력량의 추정분산		표준불확도 기여량	
β	α^{ex}	$c_{\beta, \alpha^{ex}}$	-0.866	$u(\alpha^{ex})$	2.96×10^{-4}	$[c_{\beta, \alpha^{ex}} u(\alpha^{ex})]^2$	6.57×10^{-8}
	β^{ex}	$c_{\beta, \beta^{ex}}$	0.500	$u(\beta^{ex})$	1.86×10^{-4}	$[c_{\beta, \beta^{ex}} u(\beta^{ex})]^2$	8.63×10^{-9}
	$2c_{\beta, \alpha^{ex}}c_{\beta, \beta^{ex}}$		-0.866	$u(\alpha^{ex}, \beta^{ex})$	-3.65×10^{-8}	$2c_{\beta, \alpha^{ex}}c_{\beta, \beta^{ex}} \times u(\alpha^{ex}, \beta^{ex})$	3.16×10^{-8}
	A_s	c_{β, A_s}	-0.942	$u(A_s)$	1.75×10^{-4}	$[c_{\beta, A_s} u(A_s)]^2$	2.71×10^{-8}
	ϕ	c_{β, ϕ_s}	2.28	$u(\phi)$	1.75×10^{-4}	$[c_{\beta, \phi} u(\phi)]^2$	1.58×10^{-7}
	λ	$c_{\beta, \lambda}$	-0.00208	$u(\lambda)$	3	$[c_{\beta, \lambda} u(\lambda)]^2$	3.90×10^{-5}
산술평균, $\bar{\beta}$		3.12×10^{-8}		합성표준불확도, $u_c(\beta)$		0.006256 2	

1.2.6 유효자유도

푸리에 계수 합성표준불확도의 유효자유도는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \nu_{eff, \alpha} &= \frac{u_c^4(\alpha)}{\sum_{i=1}^N \frac{c_i^4 u^4(x_i)}{\nu_i}} = \frac{u_c^4(\alpha)}{\sum_{i=1}^N \frac{[c_i^2 u^2(x_i)]^2}{\nu_i}} \\ &= \frac{(8.18 \times 10^{-4})^4}{\frac{(2.19 \times 10^{-8})^2}{11} + \frac{(2.59 \times 10^{-8})^2}{11} + \frac{(3.16 \times 10^{-8} \times 0.664)^2}{11}} = 3.10 \times 10^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nu_{eff, \beta} &= \frac{u_c^4(\beta)}{\sum_{i=1}^N \frac{c_i^4 u^4(x_i)}{\nu_i}} = \frac{u_c^4(\beta)}{\sum_{i=1}^N \frac{[c_i^2 u^2(x_i)]^2}{\nu_i}} \\ &= \frac{(6.26 \times 10^{-4})^4}{\frac{(6.57 \times 10^{-8})^2}{11} + \frac{(8.63 \times 10^{-9})^2}{11} + \frac{(-3.16 \times 10^{-8} \times 0.664)^2}{11}} = 3.50 \times 10^2 \end{aligned}$$

1.2.7 푸리에 계수의 확장불확도

유효자유도가 충분히 크므로 $\nu_{eff, \alpha} = \nu_{eff, \beta} = \infty$ 로 둘 때 신뢰수준 95%에 대한 포함인자 $k=1.96$ 을 사용하면 확장불확도는 각각 다음과 같다.

$$u_{c,\alpha} = ku_c(\alpha) = 1.96 \times 8.18 \times 10^{-4} = 1.60 \times 10^{-3},$$

$$u_{c,\beta} = ku_c(\beta) = 1.96 \times 6.26 \times 10^{-4} = 1.23 \times 10^{-3}$$

1.3 타원계측 각(Ψ , Δ)에 대한 합성분산

임의의 시편에 대해서 자동 위상 지연자가 구비된 검광자 회전형 타원계측기의 측정에 의해 식(24) 및 식(25)와 같이 푸리에 계수들의 산술평균 $\bar{\alpha}$ 와 $\bar{\beta}$ 가 얻어지고 이들을 식(6)과 식(7)에 대입하면 타원계측 각들에 대한 산술평균($\bar{\Psi}$, $\bar{\Delta}$)은 다음과 같은 식으로부터 얻을 수 있다.

$$\bar{\Psi} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \Psi_j = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \frac{1}{2} \cos^{-1} \left[\frac{\alpha_j - \cos(2P)}{\alpha_j \cos(2P) - 1} \right], \quad (36)$$

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \Delta_j = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \left\{ \cos^{-1} \left[\frac{\beta_j \sin(2P)}{\sqrt{(1-\alpha_j^2) \sin^2(2P)}} \right] - Q \right\}. \quad (37)$$

따라서 타원계측 각들에 대한 측정에서의 입력량들은 푸리에 계수를 얻는데 필요한 $\overline{\alpha^{ex}}$, $\overline{\beta^{ex}}$, A_s , ϕ , λ 와 입사면에 대한 편광자의 방위각 P 그리고 위상지연 각 Q 가 추가로 더 포함된다.

$\bar{\Psi}$ 의 경우에는 식(20)과 식(36)로부터 다음과 같은 함수로 주어진다.

$$\bar{\Psi} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \Psi_j(\alpha_j, P, \phi, \lambda) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \Psi_j(\alpha_j^{ex}, \beta_j^{ex}, A_s, P, \phi, \lambda). \quad (38)$$

이 경우에도 입력량 α_j^{ex} 와 β_j^{ex} 의 사이에 상관관계가 존재하고, 상관관계가 없는 입력량 A_s , P , ϕ 그리고 λ 에 대한 표준불확도 $u(A_s)$, $u(P)$, $u(\phi)$ 그리고 $u(\lambda)$ 는 제작사의 규격에 의해 정해질 수 있으므로 $\bar{\Psi}$ 의 합성분산 $u_c(\bar{\Psi})$ 의 적절한 표현은 다음과 같다.

$$u_c^2(\bar{\Psi}) = c_{\bar{\Psi}, \alpha^{ex}}^2 u^2(\alpha^{ex}) + c_{\bar{\Psi}, \beta^{ex}}^2 u^2(\beta^{ex}) + 2c_{\bar{\Psi}, \alpha^{ex}} c_{\bar{\Psi}, \beta^{ex}} u(\alpha^{ex}) u(\beta^{ex}) r(\alpha^{ex}, \beta^{ex}) \quad (39)$$

$$+ c_{\bar{\Psi}, A_s}^2 u^2(A_s) + c_{\bar{\Psi}, P}^2 u^2(P) + c_{\bar{\Psi}, \phi}^2 u^2(\phi) + c_{\bar{\Psi}, \lambda}^2 u^2(\lambda)$$

여기서 입력량들에 대한 감도계수들은

$$c_{\bar{\Psi}, \alpha^{ex}} = c_{\bar{\Psi}, \alpha} c_{\alpha, \alpha^{ex}}, \quad (40)$$

$$c_{\bar{\Psi}, \beta^{ex}} = c_{\bar{\Psi}, \alpha} c_{\alpha, \beta^{ex}}, \quad (41)$$

$$c_{\Psi, A_s} = c_{\Psi, \alpha} c_{\alpha, A_s}, \quad (42)$$

$$c_{\Psi, P} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \frac{\text{sgn}[\sin(2P)] \sqrt{1 - \alpha_j^2}}{1 - \alpha_j \cos(2P)}, \quad (43)$$

이고, 푸리에 계수에 대한 감도계수 $c_{\Psi, \alpha}$ 는

$$c_{\Psi, \alpha} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \frac{|\sin(2P)|}{2[1 - \alpha_j \cos(2P)] \sqrt{1 - \alpha_j^2}}, \quad (44)$$

와 같으며 $c_{\Psi, \phi}$ 와 $c_{\Psi, \lambda}$ 는 실험 데이터로부터 계산될 수 있는 감도계수들이다.

$\bar{\Delta}$ 의 경우에는 식(20), 식(21) 및 식(37)로부터 다음과 같은 함수로 주어진다.

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \Delta_j(\alpha_j, \beta_j, P, Q, \phi, \lambda) = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \Delta_j(\alpha_j^{ex}, \beta_j^{ex}, A_s, P, Q, \phi, \lambda). \quad (45)$$

그러므로 $\bar{\Delta}$ 의 합성분산 $u_c(\bar{\Delta})$ 의 적절한 표현은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u_c^2(\bar{\Delta}) = & c_{\Delta, \alpha^{ex}}^2 u^2(\alpha^{ex}) + c_{\Delta, \beta^{ex}}^2 u^2(\beta^{ex}) + 2c_{\Delta, \alpha^{ex}} c_{\Delta, \beta^{ex}} u(\alpha^{ex}) u(\beta^{ex}) r(\alpha^{ex}, \beta^{ex}) \\ & + c_{\Delta, A_s}^2 u^2(A_s) + c_{\Delta, P}^2 u^2(P) + c_{\Delta, Q}^2 u^2(Q) + c_{\Delta, \phi}^2 u^2(\phi) + c_{\Delta, \lambda}^2 u^2(\lambda) \end{aligned} \quad (46)$$

여기서 입력량들에 대한 감도계수들은

$$c_{\Delta, \alpha^{ex}} = c_{\Delta, \alpha} c_{\alpha, \alpha^{ex}} + c_{\Delta, \beta} c_{\beta, \alpha^{ex}}, \quad (47)$$

$$c_{\Delta, \beta^{ex}} = c_{\Delta, \alpha} c_{\alpha, \beta^{ex}} + c_{\Delta, \beta} c_{\beta, \beta^{ex}}, \quad (48)$$

$$c_{\Delta, A_s} = c_{\Delta, \alpha} c_{\alpha, A_s} + c_{\Delta, \beta} c_{\beta, A_s}, \quad (49)$$

$$c_{\Delta, P} = 0, \quad (50)$$

$$c_{\Delta, Q} = -1, \quad (51)$$

이고, 푸리에 계수에 대한 감도계수 $c_{\Delta, \alpha}$ 와 $c_{\Delta, \beta}$ 는

$$c_{\Delta, \alpha} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \frac{\alpha_j \beta_j \text{sgn}[\sin(2P)]}{(\alpha_j^2 - 1) \sqrt{(1 - \alpha_j^2 - \beta_j^2)}}, \quad (52)$$

$$c_{\Delta, \beta} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \frac{-\text{sgn}[\sin(2P)]}{\sqrt{1 - \alpha_j^2 - \beta_j^2}}, \quad (53)$$

와 같으며 $c_{\Psi,\phi}$ 와 $c_{\Psi,\lambda}$ 는 실험 데이터로부터 계산될 수 있는 감도계수들이다.

타원계측각의 합성표준불확도를 계산하기 위해 피측정 금 기관의 타원계측각의 측정값, 검광자, 편광자, 입사각, 측정과장에 대한 표준불확도가 필요하며 검광자, 입사각, 측정과장에 대한 표준불확도는 앞의 푸리에 계수 합성표준불확도 계산시 사용한 값을 이용한다.

1.3.1 피측정 금 기관의 타원계측각의 불확도

표 4. 피측정 금 기관의 타원계측각의 측정값 ($\lambda=633 \text{ nm}$, $\phi=65^\circ$, $P=30^\circ$)

군 번호 j	측정량의 개별값	
	$\Psi_j (^\circ)$	$\Delta_j (^\circ)$
1	43.936	122.134
2	43.903	122.179
3	43.905	122.992
4	43.908	122.927
5	43.899	122.936
6	43.952	122.984
7	43.938	122.022
8	43.914	122.004
9	43.923	122.009
10	43.917	122.035
11	43.914	122.066
12	43.932	122.056
산술평균	$\bar{\Psi}=43.920 \text{ }^\circ$	$\bar{\Delta}=122.028 \text{ }^\circ$
실험표준편차	$s(\Psi_j)=0.056 \text{ }^\circ$	$s(\Delta_j)=0.253 \text{ }^\circ$
평균 분산의 최량추정값	$u(\bar{\Psi})=0.004 \text{ }^\circ$	$u(\bar{\Delta})=0.021 \text{ }^\circ$
상관계수, $r(\Psi, \Delta)$	0.114 7	

피측정 금 기관의 타원계측각 불확도 $u(\bar{\Psi})$, $u(\bar{\Delta})$ 와 상관계수 $r(\Psi, \Delta)$ 의 계산결과는 표4와

같은 자유도는 ν_ψ, ν_Δ 는 $\nu_\psi = \nu_\Delta = n - 1 = 11$ 이다.

1.3.2 검광자의 각도오차로부터 산출되는 표준불확도 $u(P)$

제작사의 장비 사양으로부터 $u(P) = 1.75 \times 10^{-4}^\circ$ ($k=1$)이며

검광자 각도오차의 표준불확도는

$$u(P) = 1.75 \times 10^{-4}^\circ / k = 1.75 \times 10^{-4}^\circ$$

이고 자유도 ν_P 는 ∞ 이다

1.3.3 타원계측각의 합성표준불확도

타원계측각의 합성표준불확도를 구하기 위해 피측정 금 기관의 타원계측각 측정값, 검광자, 입사각, 측정파장의 표준불확도와 감도계수들을 이용하여 계산한다. 계산된 피측정 금 기관의 타원계측각 ψ, Δ 의 합성표준불확도는 표5, 표6과 같다.

표 5. 피측정 금기관의 타원계측각 ψ 의 합성표준불확도

($\lambda=633 \text{ nm}, \phi=65^\circ, P=30^\circ$)

추정량	입력량	감도계수		입력량의 추정분산		표준불확도 기여량	
ψ	α^{ex}	$c_{\psi, \alpha^{ex}}$	0.321	$u(\alpha^{ex})$	2.96×10^{-4}	$[c_{\psi, \alpha^{ex}} u(\alpha^{ex})]^2$	9.04×10^{-9}
	β^{ex}	$c_{\psi, \beta^{ex}}$	0.556	$u(\beta^{ex})$	1.86×10^{-4}	$[c_{\psi, \beta^{ex}} u(\beta^{ex})]^2$	1.07×10^{-8}
	$2c_{\psi, \alpha^{ex}} c_{\psi, \beta^{ex}}$		0.357	0.357	-3.65×10^{-8}	$2c_{\psi, \alpha^{ex}} c_{\psi, \beta^{ex}} \times u(\alpha^{ex}, \beta^{ex})$	-1.30×10^{-8}
	A_s	c_{ψ, A_s}	4.08×10^{-8}	$u(A_s)$	1.75×10^{-4}	$[c_{\psi, A_s} u(A_s)]^2$	5.08×10^{-23}
	P	$c_{\psi, P}$	1.15	$u(P)$	1.75×10^{-4}	$[c_{\psi, P} u(P)]^2$	4.06×10^{-8}
	Q	$c_{\psi, Q}$	-	$u(Q)$	3.69×10^{-4}	$[c_{\psi, Q} u(Q)]^2$	-
	ϕ	c_{ψ, ϕ_s}	-0.0293	$u(\phi)$	1.75×10^{-4}	$[c_{\psi, \phi} u(\phi)]^2$	2.61×10^{-11}
	λ	$c_{\psi, \lambda}$	1.73×10^{-4}	$u(\lambda)$	3	$[c_{\psi, \lambda} u(\lambda)]^2$	2.69×10^{-7}
산술평균, $\bar{\psi}$		43.920 $^\circ$		합성표준불확도, $u_c(\bar{\psi})$		0.032 $^\circ$	

표 6. 피측정 금기판의 타원계측각 Δ 의 합성표준불확도

($\lambda=633 \text{ nm}$, $\phi=65^\circ$, $P=30^\circ$)

추정량	입력량	감도계수		입력량의 추정분산		표준불확도 기여량	
Δ	α^{ex}	$c_{\Delta, \alpha^{ex}}$	0.982	$u(\alpha^{ex})$	2.96×10^{-4}	$[c_{\Delta, \alpha^{ex}} u(\alpha^{ex})]^2$	8.45×10^{-8}
	β^{ex}	$c_{\Delta, \beta^{ex}}$	-0.567	$u(\beta^{ex})$	1.86×10^{-4}	$[c_{\Delta, \beta^{ex}} u(\beta^{ex})]^2$	1.11×10^{-8}
	$2c_{\Delta, \alpha^{ex}}c_{\Delta, \beta^{ex}}$		-1.11	$u(\alpha^{ex}, \beta^{ex})$	-3.65×10^{-8}	$2c_{\Delta, \alpha^{ex}}c_{\Delta, \beta^{ex}} \times u(\alpha^{ex}, \beta^{ex})$	4.07×10^{-8}
	A_s	c_{Δ, A_s}	1.07	$u(A_s)$	1.75×10^{-4}	$[c_{\Delta, A_s} u(A_s)]^2$	3.48×10^{-8}
	P	$c_{\Delta, P}$	-	$u(P)$	1.75×10^{-4}	$[c_{\Delta, P} u(P)]^2$	-
	Q	$c_{\Delta, Q}$	-1.00	$u(Q)$	3.69×10^{-4}	$[c_{\Delta, Q} u(Q)]^2$	1.36×10^{-7}
	ϕ	$c_{\Delta, \phi}$	-2.58	$u(\phi)$	1.75×10^{-4}	$[c_{\Delta, \phi} u(\phi)]^2$	2.03×10^{-7}
	λ	$c_{\Delta, \lambda}$	0.00236	$u(\lambda)$	3	$[c_{\Delta, \lambda} u(\lambda)]^2$	5.01×10^{-5}
산술평균, $\bar{\Delta}$		122.028 3°		합성표준불확도, $u_c(\Delta)$		0.407 5°	

1.3.4 유효자유도

타원계측각 합성표준불확도의 유효자유도는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \nu_{eff, \Psi} &= \frac{u_c^4(\Psi)}{\sum_{i=1}^N \frac{c_i^4 u^4(x_i)}{\nu_i}} = \frac{u_c^4(\Psi)}{\sum_{i=1}^N \frac{[c_i^2 u^2(x_i)]^2}{\nu_i}} \\ &= \frac{(3.22 \times 10^{-2})^4}{\frac{(9.04 \times 10^{-9})^2}{11} + \frac{(1.07 \times 10^{-8})^2}{11} + \frac{(-1.30 \times 10^{-8} \times 0.115)^2}{11}} = 5.96 \times 10^{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nu_{eff, \Delta} &= \frac{u_c^4(\Delta)}{\sum_{i=1}^N \frac{c_i^4 u^4(x_i)}{\nu_i}} = \frac{u_c^4(\Delta)}{\sum_{i=1}^N \frac{[c_i^2 u^2(x_i)]^2}{\nu_i}} \\ &= \frac{(4.08 \times 10^{-1})^4}{\frac{(8.45 \times 10^{-8})^2}{11} + \frac{(1.11 \times 10^{-8})^2}{11} + \frac{(4.07 \times 10^{-8} \times 0.115)^2}{11}} = 4.18 \times 10^{13} \end{aligned}$$

1.3.5 타원계측각의 확장불확도

유효자유도가 충분히 크므로 $\nu_{eff, \Psi} = \nu_{eff, \Delta} = \infty$ 로 둘 때 신뢰수준 95 %에 대한 포함인자

$k = 1.96$ 을 사용하면 확장불확도는 각각 다음과 같다.

$$u_{c,\Psi} = ku_c(\Psi) = 1.96 \times 0.0322^\circ = 0.0631^\circ,$$

$$u_{c,\Delta} = ku_c(\Delta) = 1.96 \times 0.407^\circ = 0.800^\circ$$

1.4 복소 굴절률($N = n - ik$)에 대한 합성분산

복소굴절률이 $N (= n - ik)$ 인 덩이 시편이 공기층과 이상적으로 매끄러운 계면을 갖고 있는 경우에 자동 위상 지연자가 구비된 검광자 회전형 타원계측기의 측정에 의해 식(24) 및 식(25)와 같이 푸리에 계수들이 얻어지고 이들로부터 식(36)과 식(37)과 같이 구해진 타원계측 각들로부터 복소반사계수비에 대한 산술평균을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\bar{\rho} = \bar{\rho}_r + i\bar{\rho}_i = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \tan(\Psi_j) \exp(i\Delta_j). \quad (54)$$

식(54)를 식(8)에 대입하면 복소굴절률에 대한 산술평균이 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{N} = \bar{n} - i\bar{k} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \tan\phi \sqrt{1 - \sin^2\phi \frac{4 \tan\Psi_j \exp(i\Delta_j)}{[1 + \tan\Psi_j \exp(i\Delta_j)]^2}}. \quad (55)$$

따라서 복소굴절률에 대한 측정에서의 입력량들은 α^{ex} , β^{ex} , A_s , P , Q , ϕ 및 λ 로 주어지므로 다음과 같은 함수로 표현된다.

$$\bar{N} = \bar{N}(\Psi, \Delta, \phi, \lambda) = \bar{N}(\alpha^{ex}, \beta^{ex}, A_s, P, Q, \phi, \lambda). \quad (56)$$

이 경우에도 입력량 α^{ex} 와 β^{ex} 의 사이에 상관관계가 존재하고, 상관관계가 없는 입력량 A_s , P , Q , ϕ 그리고 λ 에 대한 표준불확도 $u(A_s)$, $u(P)$, $u(Q)$, $u(\phi)$ 그리고 $u(\lambda)$ 는 제작사의 규격에 의해 정해질 수 있으므로 \bar{n} 과 \bar{k} 의 합성분산 $u_c(n)$ 과 $u_c(k)$ 의 적절한 표현은 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} u_c^2(n) = & c_{n,\alpha^{ex}}^2 u^2(\alpha^{ex}) + c_{n,\beta^{ex}}^2 u^2(\beta^{ex}) + 2c_{n,\alpha^{ex}} c_{n,\beta^{ex}} u(\alpha^{ex}) u(\beta^{ex}) r(\alpha^{ex}, \beta^{ex}) \\ & + c_{n,A_s}^2 u^2(A_s) + c_{n,P}^2 u^2(P) + c_{n,Q}^2 u^2(Q) + c_{n,\phi}^2 u^2(\phi) + c_{n,\lambda}^2 u^2(\lambda), \end{aligned} \quad (57)$$

$$u_c^2(k) = c_{k,\alpha^{ex}}^2 u^2(\alpha^{ex}) + c_{k,\beta^{ex}}^2 u^2(\beta^{ex}) + 2c_{k,\alpha^{ex}} c_{k,\beta^{ex}} u(\alpha^{ex}) u(\beta^{ex}) r(\alpha^{ex}, \beta^{ex}) \quad (58)$$

$$+ c_{k,A_s}^2 u^2(A_s) + c_{k,P}^2 u^2(P) + c_{k,Q}^2 u^2(Q) + c_{k,\phi}^2 u^2(\phi) + c_{k,\lambda}^2 u^2(\lambda).$$

여기서 입력량들에 대한 감도계수들은

$$c_{n,\alpha^{ex}} = c_{n,\Psi} c_{\Psi,\alpha^{ex}} + c_{n,\Delta} c_{\Delta,\alpha^{ex}}, \quad (59)$$

$$c_{n,\beta^{ex}} = c_{n,\Psi} c_{\Psi,\beta^{ex}} + c_{n,\Delta} c_{\Delta,\beta^{ex}}, \quad (60)$$

$$c_{n,A_s} = c_{n,\Psi} c_{\Psi,A_s} + c_{n,\Delta} c_{\Delta,A_s}, \quad (61)$$

$$c_{n,P} = c_{n,\Psi} c_{\Psi,P} + c_{n,\Delta} c_{\Delta,P}, \quad (62)$$

$$c_{n,Q} = c_{n,\Delta} c_{\Delta,Q}, \quad (63)$$

$$c_{k,\alpha^{ex}} = c_{k,\Psi} c_{\Psi,\alpha^{ex}} + c_{k,\Delta} c_{\Delta,\alpha^{ex}}, \quad (64)$$

$$c_{k,\beta^{ex}} = c_{k,\Psi} c_{\Psi,\beta^{ex}} + c_{k,\Delta} c_{\Delta,\beta^{ex}}, \quad (65)$$

$$c_{k,A_s} = c_{k,\Psi} c_{\Psi,A_s} + c_{k,\Delta} c_{\Delta,A_s}, \quad (66)$$

$$c_{k,P} = c_{k,\Psi} c_{\Psi,P} + c_{k,\Delta} c_{\Delta,P}, \quad (67)$$

$$c_{k,Q} = c_{k,\Delta} c_{\Delta,Q}, \quad (68)$$

와 같으며, 굴절률-타원계축 각에 대한 감도계수들은

$$c_{n,\Psi} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \operatorname{Re} \left(\frac{\partial \bar{N}_j}{\partial \Psi_j} \right), \quad (69)$$

$$c_{n,\Delta} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \operatorname{Re} \left(\frac{\partial \bar{N}_j}{\partial \Delta_j} \right), \quad (70)$$

$$c_{n,\phi} = \operatorname{Re} \left(\frac{\partial \bar{N}}{\partial \phi} \right), \quad (71)$$

$$c_{k,\Psi} = -\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \operatorname{Im} \left(\frac{\partial \bar{N}_j}{\partial \Psi_j} \right), \quad (72)$$

$$c_{k,\Delta} = -\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \operatorname{Im} \left(\frac{\partial \bar{N}_j}{\partial \Delta_j} \right), \quad (73)$$

$$c_{n,\phi} = -\operatorname{Im} \left(\frac{\partial \bar{N}}{\partial \phi} \right), \quad (74)$$

와 같이 미분함수를 얻거나 또는 미분함수의 형태가 복잡하므로 수치미분을 이용하여 얻을 수 있고, 빛의 파장 λ 에 대한 감도계수 $c_{n,\lambda}$ 와 $c_{k,\lambda}$ 의 값들은 실험 데이터로부터 얻을 수

있다.

복소굴절률의 합성표준불확도를 계산하기 위해 피측정 금 기관의 복소굴절률의 측정값, 검광자, 편광자, 위상지연자, 입사각, 측정과장에 대한 표준불확도가 필요하며 검광자, 편광자, 입사각, 측정과장에 대한 표준불확도는 앞의 푸리에 계수 및 타원계측각 합성표준불확도 계산시 사용한 값을 이용한다.

1.4.1 피측정 금 기관 복소굴절률의 불확도

표 7. 피측정 금 기관의 복소 굴절률의 측정값($\lambda=633 \text{ nm}$, $\phi=65^\circ$, $P=30^\circ$)

군 번호 j	측정량의 개별값	
	n_j	k_j
1	0.1595	3.3920
2	0.1646	3.3951
3	0.1633	3.3812
4	0.1626	3.3764
5	0.1641	3.3770
6	0.1564	3.3810
7	0.1586	3.3837
8	0.1620	3.3821
9	0.1609	3.3826
10	0.1618	3.3845
11	0.1625	3.3868
12	0.1597	3.3862
산술평균	$\bar{n}=0.1613 \ 3$	$\bar{k}=3.3840 \ 5$
실험표준편차	$s(n_j)=0.0083 \ 2$	$s(k_j)=0.0189 \ 8$
평균 분산의 최량추정값	$u(\bar{n})=0.0006 \ 9$	$u(\bar{k})=0.0015 \ 8$
상관계수, $r(n, k)$	0.0057 3	

피측정 금 기관의 복소굴절률 불확도 $u(n)$, $u(k)$ 와 상관계수 $r(n,k)$ 의 계산결과는 표7과

같은 자유도는 ν_n, ν_k 는 $\nu_n = \nu_k = n - 1 = 11$ 이다.

1.4.2 보상기의 각도오차로부터 산출되는 표준불확도 $u(Q)$

제작사의 장비 사양으로부터 $u(Q) = 3.69 \times 10^{-4} \text{ }^\circ$ ($k=1$)이며

검광자 각도오차의 표준불확도는

$$u(Q) = 3.69 \times 10^{-4} \text{ }^\circ / k = 3.69 \times 10^{-4} \text{ }^\circ$$

이고 자유도 ν_Q 는 ∞ 이다

1.4.3 복소굴절률의 합성표준불확도

타원계측각의 합성표준불확도를 구하기 위해 피측정 금 기관의 타원계측각 측정값, 검광자, 입사각, 측정파장의 표준불확도와 감도계수들을 이용하여 계산한다. 계산된 피측정 금 기관의 복소굴절률 n, k 의 합성표준불확도는 표8, 표9와 같다.

표 8. 피측정 금기관의 굴절률 n 의 합성표준불확도

($\lambda=633 \text{ nm}, \phi=65^\circ, P=30^\circ$)

추정량	입력량	감도계수		입력량의 추정분산		표준불확도 기여량	
n	α^{ex}	$c_{n,\alpha^{ex}}$	-2.47	$u(\alpha^{ex})$	2.96×10^{-4}	$[c_{n,\alpha^{ex}}u(\alpha^{ex})]^2$	5.35×10^{-7}
	β^{ex}	$c_{n,\beta^{ex}}$	-4.91	$u(\beta^{ex})$	1.86×10^{-4}	$[c_{n,\beta^{ex}}u(\beta^{ex})]^2$	8.31×10^{-7}
	$2c_{n,\alpha^{ex}}c_{n,\beta^{ex}}$		24.3	$u(\alpha^{ex}, \beta^{ex})$	-3.65×10^{-8}	$2c_{n,\alpha^{ex}}c_{n,\beta^{ex}} \times u(\alpha^{ex}, \beta^{ex})$	-8.86×10^{-7}
	A_s	c_{n,A_s}	0.296	$u(A_s)$	1.75×10^{-4}	$[c_{n,A_s}u(A_s)]^2$	2.67×10^{-9}
	P	$c_{n,P}$	-9.86	$u(P)$	1.75×10^{-4}	$[c_{n,P}u(P)]^2$	2.96×10^{-6}
	Q	$c_{n,Q}$	-0.277	$u(Q)$	3.69×10^{-4}	$[c_{n,Q}u(Q)]^2$	1.05×10^{-8}
	ϕ	c_{n,ϕ_s}	0.466	$u(\phi)$	1.75×10^{-4}	$[c_{n,\phi}u(\phi)]^2$	6.62×10^{-9}
	λ	$c_{n,\lambda}$	-8.15×10^{-4}	$u(\lambda)$	3	$[c_{n,\lambda}u(\lambda)]^2$	5.97×10^{-6}
산술평균, \bar{n}		0.1613 3		합성표준불확도, $u_c(n)$		0.0030 7	

표 9. 피측정 금기판의 소광계수 k 의 합성표준불확도

($\lambda=633 \text{ nm}$, $\phi=65^\circ$, $P=30^\circ$)

추정량	입력량	감도계수		입력량의 추정분산		표준불확도 기여량	
k	α^{ex}	$c_{k,\alpha^{ex}}$	4.37	$u(\alpha^{ex})$	2.96×10^{-4}	$[c_{k,\alpha^{ex}}u(\alpha^{ex})]^2$	1.67×10^{-6}
	β^{ex}	$c_{k,\beta^{ex}}$	-2.11	$u(\beta^{ex})$	1.86×10^{-4}	$[c_{k,\beta^{ex}}u(\beta^{ex})]^2$	1.54×10^{-7}
	$2c_{k,\alpha^{ex}}c_{k,\beta^{ex}}$		-18.4	$u(\alpha^{ex},\beta^{ex})$	-3.65×10^{-8}	$2c_{k,\alpha^{ex}}c_{k,\beta^{ex}} \times u(\alpha^{ex},\beta^{ex})$	6.74×10^{-7}
	A_s	c_{k,A_s}	4.56	$u(A_s)$	1.75×10^{-4}	$[c_{k,A_s}u(A_s)]^2$	6.33×10^{-7}
	P	$c_{k,P}$	0.64	$u(P)$	1.75×10^{-4}	$[c_{k,P}u(P)]^2$	1.25×10^{-8}
	Q	$c_{k,Q}$	-4.27	$u(Q)$	3.69×10^{-4}	$[c_{k,Q}u(Q)]^2$	2.48×10^{-6}
	ϕ	c_{k,ϕ_s}	-11.0	$u(\phi)$	1.75×10^{-4}	$[c_{k,\phi}u(\phi)]^2$	3.72×10^{-6}
	λ	$c_{k,\lambda}$	0.0102	$u(\lambda)$	3	$[c_{k,\lambda}u(\lambda)]^2$	9.34×10^{-4}
산술평균, \bar{k}		3.3840 5		합성표준불확도, $u_c(k)$		0.0306 8	

1.4.4 유효자유도

복소굴절률 합성표준불확도의 유효자유도는 다음과 같다.

$$\nu_{eff,n} = \frac{u_c^4(n)}{\sum_{i=1}^N \frac{c_i^4 u^4(x_i)}{\nu_i}} = \frac{u_c^4(n)}{\sum_{i=1}^N \frac{[c_i^2 u^2(x_i)]^2}{\nu_i}}$$

$$= \frac{(3.07 \times 10^{-3})^4}{\frac{(5.35 \times 10^{-7})^2}{11} + \frac{(8.31 \times 10^{-7})^2}{11} + \frac{(-8.86 \times 10^{-7} \times 0.00573)^2}{11}} = 1.00 \times 10^3$$

$$\nu_{eff,k} = \frac{u_c^4(k)}{\sum_{i=1}^N \frac{c_i^4 u^4(x_i)}{\nu_i}} = \frac{u_c^4(k)}{\sum_{i=1}^N \frac{[c_i^2 u^2(x_i)]^2}{\nu_i}}$$

$$= \frac{(3.07 \times 10^{-2})^4}{\frac{(1.67 \times 10^{-6})^2}{11} + \frac{(1.54 \times 10^{-7})^2}{11} + \frac{(6.74 \times 10^{-7} \times 0.00573)^2}{11}} = 3.47 \times 10^6$$

1.4.5 복소굴절률의 확장불확도

유효자유도가 충분히 크므로 $\nu_{eff,n} = \nu_{eff,k} = \infty$ 로 둘 때 신뢰수준 95 %에 대한 포함인자

$k = 1.96$ 을 사용하면 확장불확도는 각각 다음과 같다.

$$u_{c,n} = ku_c(n) = 1.96 \times 3.07 \times 10^{-3} = 6.02 \times 10^{-3},$$

$$u_{c,k} = ku_c(k) = 1.96 \times 3.06 \times 10^{-2} = 6.02 \times 10^{-2}$$